

★ 1 2つの集合 $A = \left\{ x \mid \frac{x}{3} - 2 < 2x + 3 < 9 - x \right\}$, $B = \{ x \mid -2 < x < a \}$ について,

次の問いに答えよ。

- (1) 集合 A に含まれる整数はいくつあるか。
- (2) $B \subset A$ となる a の値の範囲を求めよ。ただし, B は空集合ではない。

(解答)

(1) $\frac{x}{3} - 2 < 2x + 3 < 9 - x$ を解くと,

$x - 6 < 6x + 9$ かつ $2x + 3 < 9 - x$ より,

$-5x < 15$ かつ $3x < 6$ から,

$x > 3$ かつ $x < 2$

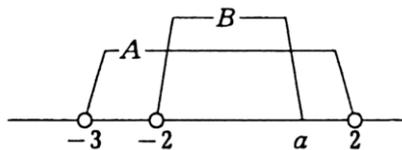
よって $A = \left\{ x \mid \frac{x}{3} - 2 < 2x + 3 < 9 - x \right\}$

$= \{ x \mid -3 < x < 2 \}$

集合 A に含まれる整数は $-2, -1, 0, 1$ の **4** 個である。

(2) $B = \{ x \mid -2 < x < a \}$ のとき, $B \subset A$ となる a の値の範囲は,

$-2 < a \leq 2$ である。



2 n が整数のとき、次の命題が真であることを、背理法を用いて証明せよ。

「 n^2 が偶数ならば n は偶数である」

(解答)

n^2 が偶数である、という条件のもとで n が奇数であると仮定する。

このとき、 n は整数 k を用いて $n = 2k + 1$ と表せる。

$$\begin{aligned}n^2 &= (2k + 1)^2 \\ &= 4k^2 + 4k + 1 \\ &= 2(2k^2 + 2k) + 1\end{aligned}$$

これは、 n^2 が偶数であることに矛盾する。

よって、 n^2 が偶数ならば n は偶数である。 (証明終)